

小波核极限学习机分类器

王 杰, 郭晨龙

(郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: 分析了核极限学习机的原理, 提出了一种小波核极限学习机, 将小波函数做为极限学习机的核函数, 证明了它是一种允许的极限学习机核. 通过在双螺旋数据上的测试表明, 小波核极限学习机在无训练数据分布的空间也具有分类能力, 而高斯核极限学习机在没有训练数据分布的空间不具备分类能力. 通过在不同的 UCI 数据集中的测试得出小波核极限学习机具有较高的分类性能. 最后将小波核极限学习机应用到了人脸识别问题上, 同样取得了优良的性能, 说明小波核极限学习机具有一定的应用价值.

关键词: 极限学习机; 核学习机; 小波分析; 小波核函数; 分类器

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2013)10-0073-04

Wavelet Kernel Extreme Learning Machine Classifier

WANG Jie, GUO Chen-long

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In this paper, the principle of the kernel extreme learning machine was analyzed, a kind of wavelet kernel extreme learning machine was put forward. Wavelet function was used as extreme learning machine's kernel function, and it was proved that wavelet kernel is a kind of allowed extreme learning machine kernel. Through the double helix data tests showed that wavelet kernel extreme learning machine also has the ability of classification in the absence of training data distribution, and Gauss kernel extreme learning machine don't have the ability of classification in the absence of training data distribution. Through the different UCI data set tests showed that wavelet kernel extreme learning machine has good classification performance. Finally when applied to face recognition, the wavelet kernel extreme learning machine also achieves excellent performance, showing that the wavelet kernel extreme learning machine has application value to some degree.

Key words: extreme learning machine; kernel machine; wavelet analysis; wavelet kernel function; classifier

1 引言

迭代算法已经在前馈神经网络的训练中应用了多年, Huang 等研究发现前馈神经网络的输入层连接权值无需迭代调整, 根据这一思路他提出了一种新的神经网络训练框架, 称之为极限学习机 (Extreme Learning Machine, ELM)^[1]. 该方法随机设置隐层输入权值, 一次性求解出输出权值的最小二乘解来完成网络的训练. 极限学习机具有速度极快, 泛化性好的特点, 已经在分类问题中广泛应用^[2].

核方法由于具有良好的非线性映射能力已经在许多问题上得到应用. 核方法最具有代表性的应用就是支持向量机^[3] (SVM), 文献[4]中提到, 核方法也可以应用到极限学习机算法中.

小波核函数也被一些学者应用到支持向量机中^[5], 本文研究发现, 小波核函数也可以作为极限学习机的核函数, 并且同样能取不错的效果.

2 极限学习机

给出一个含有 N 个各不相同的训练样本集

$\{(x_i, y_i) \mid x_i \in R^n, y_i \in R^m\}$ 集, 给出前馈网络的激活函数 $g(x)$ 以及隐含层节点数 L , 极限学习机算法的训练步骤如下:

Step1: 随机给定网络的隐含层连接权值

$$(a_i, \dots, b_i), i = 1, \dots, L.$$

Step2: 计算隐含层的输出矩阵 H .

Step3: 计算出输出权值 β 的正则化最小二乘解:

$$\beta = H^T \left(\frac{I}{C} + HH^T \right)^{-1} Y$$

那么极限学习机的分类公式可以用如下公式来表示

$$f(x) = \text{sign}(h(x)H^T \left(\frac{I}{C} + HH^T \right)^{-1} Y) \quad (1)$$

3 小波核极限学习机

3.1 核极限学习机

极限学习机的隐层输出矩阵 H 可以写成如下形式:

$$H = \begin{bmatrix} h(x_1) \\ \vdots \\ h(x_N) \end{bmatrix}_{N \times L} \quad (2)$$

可以把每一个样本的隐层输出 $h(x_i)$ 都看成是样本 x_i 的非线性映射, 这个映射可以采用 $ax+b$ 的形式, 也可以采用 RBF 的形式^[6].

当这个映射 $h(x_i)$ 是一个不可知的映射时候, 可以构造核函数来代替 HH^T , 如下式所示:

$$\begin{aligned} HH^T(i, j) &= K(x_i, x_j) \\ HH^T &= \Omega_{ELM} = \begin{bmatrix} K(x_1, x_1) & \cdots & K(x_1, x_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K(x_N, x_1) & \cdots & K(x_N, x_N) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

$$h(x)H^T = \begin{bmatrix} K(x, x_1) \\ \vdots \\ K(x, x_N) \end{bmatrix}$$

由式(3)可知式(1)可以表示成:

$$f(x) = \text{sign} \left(\begin{bmatrix} K(x, x_1) \\ \vdots \\ K(x, x_N) \end{bmatrix}^T \left(\frac{I}{C} + \Omega_{ELM} \right)^{-1} Y \right) \quad (4)$$

如高斯核, 多项式核等常用的支持向量机核函数也都可以做为极限学习机的核函数.

3.2 小波核

同支持向量机一样, 若一个核函数能满足

Mercer 条件, 那么该核函数就可以作为核极限学习机的核函数.

已知一个母小波函数 $h(x)$, 它的伸缩因子和平移因子分别是 a 和 b 那么小波基函数可以表示如下:

$$h_{a,b}(x) = \sqrt{|a|} h\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (5)$$

根据张量积的理论, 一个多维的小波函数可以写成多个一维小波函数的张量积^[7]

$$h(x) = \prod_{i=1}^n h(x_i) \quad (6)$$

根据式(6)可以构造平移不变的核函数^[8], 如下式所示:

$$K(x, x') = K(Kx - x') = \prod_{i=1}^n h\left(\frac{x_i - x'_i}{a}\right) \quad (7)$$

定理: 已知样本 $x, x' \in R^n$, 选用 morlet 小波函数 $h(x) = \cos(1.75x) \exp(-x^2/2)$, 那么相应的小波核函数, 是一种允许的极限学习机核

$$\text{wavelet kernel}(x, x') = \prod_{i=1}^n [\cos(1.75 \times \frac{x_i - x'_i}{a}) \exp(-\frac{(x_i - x'_i)^2}{2a^2})] \quad (8)$$

式中, x_i 为 x 的第 i 个分量.

证明: 对定理二进行证明, 同小波支持向量机证明方法一样, 只需要证明

$$F[K](\omega) = (2\pi)^{-n/2}$$

$$\int_{R^n} \exp(-j\omega x) K(x) dx \geq 0$$

其中

$$K(X) = \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{1.75x_i}{a}\right) \exp\left(-\frac{\|x_i\|^2}{2a^2}\right) \quad (9)$$

对于

$$\begin{aligned} & \int_{R^n} \exp(-j\omega x) K(x) dx \\ &= \int_{R^n} \exp(-j\omega x) \left(\prod_{i=1}^n \cos\left(1.75 \frac{x_i}{a}\right) \exp\left(-\frac{\|x_i\|^2}{2a^2}\right) \right) dx \\ &= \prod_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{\|x_i\|^2}{2a^2}\right) + \left(\frac{j1.75}{a} - j\omega_i a\right) x_i + \exp\left(-\frac{\|x_i\|^2}{2a^2}\right) - \left(\frac{j1.75}{a} + j\omega_i a\right) x_i \right] dx_i \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{|a| \sqrt{2\pi}}{2} \left[\exp\left(-\frac{(1.75 - \omega_i a)^2}{2}\right) + \exp\left(-\frac{(1.75 + \omega_i a)^2}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

把式(10)代入式(9)有

$$F[K](w) = \prod_{i=1}^n \frac{|a|}{2} [\exp(-\frac{(1.75 - w_i a)^2}{2}) + \exp(-\frac{(1.75 + w_i a)^2}{2})]$$

(11)

于是有 $F(K)(w) \geq 0$ 那么定理是成立的,小波核是可以作为极限学习机的核函数的.

4 实验与分析

实验一:双螺旋曲线识别

双螺旋问题对分类算法的性能具有很好的检测能力^[9],双螺旋线可以用如下公式生成:

$$\begin{cases} x = (k_1\theta + e_1)\cos\theta \\ y = (k_1\theta + e_1)\sin\theta \end{cases}$$

(12)

本文的实验按照文献[9]的方法设计,选取 $k_1 = k_2 = 4, e_1 = 3, e_2 = 5, \theta \in [0, 4\pi)$,构造两条双螺旋曲线,每条曲线等间隔采样获得 126 个样本,两条曲线共获得 252 个样本. 双螺旋样本点坐标图如图 1 所示.

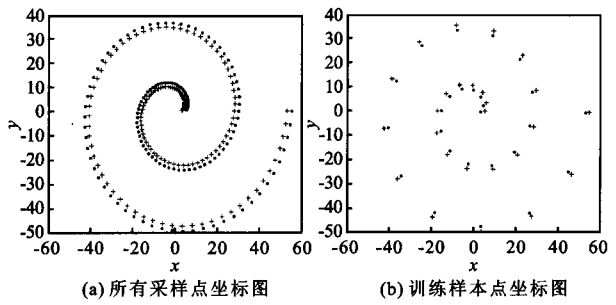


图 1 双螺旋样本点坐标图

分别采用高斯核的极限学习机,小波核极限学习机和基本的极限学习机进行分类性能对比,几种算法的性能对比如表 1 所示.

表 1 几种极限学习机算法在双螺旋数据上分类性能对比

UCI 数据名	训练精度	测试精度	测试样本数	正确识别数	参数选择
小波核 ELM	1	0.92	200	184	$C=1\ 000\ a=12.7$
高斯核 ELM	1	0.92	200	184	$C=1\ 000\ a=2.9$
ELM	1	0.91	200	182	$C=1\ 000\ L=1\ 000$

从表 1 中可以看出在本次实验中小波核 ELM 的性能与高斯核 ELM 相当,都取得了最高的 92% 的识别率,而无核的 ELM 分类性能相对次之.

由图 2 可以看出,小波核极限学习机可以推广到没有训练样本分布的空间,在无训练数据分布的空间也具有分类能力,而高斯核极限学习机在没有训练数据的空间不具有分类能力.

实验二:基准数据集测试

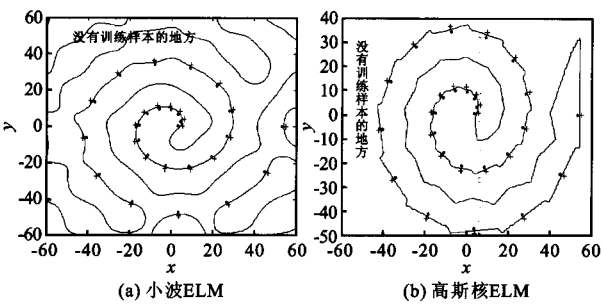


图 2 两种核 ELM 的分类等高图

为了进一步的测试算法的性能,本文从 UCI 数据集上选取一些基准测试数据来进行实验,选择的部分数据的描述如表 2 所示.

表 2 几种数据的信息

数据名	训练样本数	测试样本数	样本特征维数	样本类别数
Iris	75	75	4	3
Segment	1 000	800	19	7
Satimage	400	400	36	7
Wine	89	89	13	3

分别进行了小波核 ELM,高斯核 ELM,基础的无核 ELM 以及 SVM 在这几组基准数目集上的分类测试. 测试结果如表 3 所示,SVM 算法选用高斯核,使用 libsvm 工具包,其中 ELM 的参数是惩罚因子 C 和隐层节点 L ,SVM 和高斯核 ELM 以及小波核 ELM 的参数分别为惩罚因子 C 和核参数 a .

从表 3 中可以看出小波核极限学习机分类性能与高斯核 ELM,svm 的性能相差无几,甚至在 iris, Satimage 小波核极限学习机都取得了最高的识别率,本文的实验未将 BP 算法的测试结构列入其中,事实上 BP 在上表的数据集上效果较差,而且耗时较长,这是由于 BP 算法本身的缺陷所导致.

实验三:在人脸数据库上进行算法测试.

分别在 ORL 人脸库和 yale 人脸库上进行了算法的测试. 特征提取选用效果相对较好的 Gabor+PCA 的方法,选用 5 个中心频率和 8 个方向组成的 40 个盖博滤波器组. 为了便于对比,PCA 算法最终都提取 $(n-1)$ 维的特征, n 为样本数目.

采用小波核 ELM 与其他的分类算法进行对比. 其中 SVM 选用台湾学者林智仁的 libsvm 工具包,选用高斯核函数,ELM 和 BP 都用 sigmoid 函数作为隐层激励函数. ORL 人脸库每人选取前 5 张图片一共 200 张作为训练样本,剩下的 200 张作为测试,yale 人脸库每人选取后 5 张图片一共 75 张作为训练样本剩下的 90 张作为测试,其中 ORL 所有图

像都双线性插值到 128×128 大小,实验结果分别如 表 4 所示.

表 3 四种算法的性能对比

所用算法 数据名	SVM		ELM		高斯核 ELM		小波核 ELM	
	测试精度	参数选择	测试精度	参数选择	测试精度	参数选择	测试精度	参数选择
Iris	0.960 0	C=1 000 a=2.3	0.960 0	C=1 000 L=1000	0.973 3	C=1 000 a=2.3	0.973 3	C=1 000 a=2.3
Segment	0.932 5	C=1 000 a=1.9	0.939 5	C=1 000 L=1 000	0.932 1	C=1 000 a=2.9	0.935 9	C=1 000 a=1.9
Satimage	0.845 0	C=100 a=1.1	0.845 0	C=100 L=1 000	0.847 5	C=100 a=1.9	0.852 5	C=100 a=1.9
Wine	0.966 3	C=1 000 a=2.3	0.988 8	C=1 L=1 000	0.966 3	C=1 000 a=1.9	0.966 3	C=1 000 a=1.9

表 4 五种算法在 ORL 人脸库和 yale 库上的实验

	ORL 库(199 维特征)		Yale 库(79 维)	
	测试精度	参数选择	测试精度	参数选择
小波核 ELM	0.985	C=1 a=2.3	0.944	C=1 a=1.6
高斯核 ELM	0.975	C=1 a=2.3	0.944	C=1 a=1.6
ELM	0.982	C=1 L=1 000	0.933	C=1 000 L=1 000
SVM	0.965	C=1 a=0.11	0.911	C=100 a=0.24
BP	0.912	L=80	0.869	L=80

从表 4 看出在 ORL 人脸库和 yale 人脸库上 小波核 ELM 都取得了和高斯核 ELM 相近的性能,甚至还要优于高斯核 ELM,而 BP 算法较差.

图 3 中给出了几种算法在不同训练样本下的性能对比,采用的是 ORL 人脸库,样本数分别选取每人 1 张,3 张,5 张,7 张,为了便于对比参数仍取上表中的参数选择.

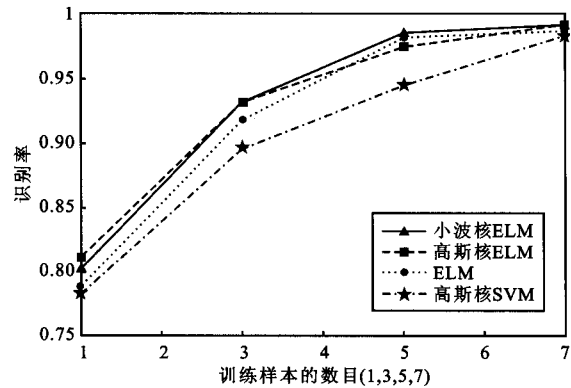


图 3 ORL 人脸库上不同样本数的识别结果

从图中可以看出选用小波核的极限学习机在各种数量的样本上都取得了优越的性能,甚至在样本数为每人 3,5,7 时识别率都达到了最高,而 SVM 算法相对几种极限学习机算法相对较差.

BP 算法在小样本的情况下识别效果较差在 1 个训练样本时只有 0.55 的识别率,为了能清晰的看到其他几种算法的对比,所以 BP 算法的曲线未在图中显示.

5 结束语

本文提出了一种小波核极限学习机,将小波函数做为极限学习机的核函数,并且证明了该小波函数满足 mercer 条件,可以作为核极限学习机的允许核.通过试验一的双螺旋曲线分类实验,验证了小波核极限学习机具有良好的分类性能,同时在没有训练数据分布的空间内小波核极限学习机也有分类性能,而高斯核函数的极限学习机在无训练样本分布时的空间不具备分类能力.通过实验二的基准数据集测试实验进一步验证了小波核极限学习机具有较高的分类性能.最后将小波核极限学习机应用到人脸识别实验中,结果表明小波核极限学习机在人脸识别中同样能取得了优异的性能,甚至还要优于 SVM 和 ELM,并且在不同数量的样本数下小波核极限学习机都能取得比较高的识别率,说明了小波核极限学习机具有一定的应用价值.

参考文献:

[1] Huang G B,Zhu Q Y,Siew C K. Extreme learning machine; theory and applications[J]. Neurocomputing, 2006,70(1/3):489-501.

[2] Weiweizong,Guang-BinHuang. Face recognition based on extreme learning machine [J]. Neurocomputing, 2011(74):2541-2551.

[3] 张学工. 关于统计学习理论与支持向量机[J]. 自动化学报,2000,26(1):32-42 .

[4] Huang G B, Zhou H, Ding X,et al. Extreme learning machine for regression and multiclass classification[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics -Part B: Cybernetics, 2012,42(2),513-529.

[5] hih-chiang Wei. Wavelet kernel support vector machines forecastingtechniques; case study on water-level predictions during typhoons[J]. Expert Systems with Applications, 2012(39):5189-5199.

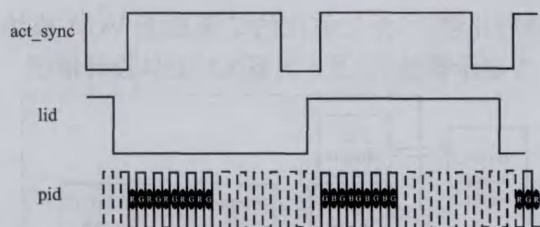


图 6 Raw 格式信号输入时序图



(a)原始



(B)彩色复原后的图

图 7 彩色复原效果对比

5 结束语

本系统采用的插值法利用了彩色图像的边缘特性,更精确地复原了边缘处的 R、G、B 值,比双线性和 Cok 插值法在复原的效果上有明显的改善,其仅用到加法和移位算法,所以硬件实现起来非常容易,同时也提高了系统的实时性。FPGA 作为主控芯片,结构简单,可编程性强,使整个系统具有较大的灵活性。

参考文献:

- [1] 詹海萍,鲍贻,田维坚. 基于 Bayer 格式的图像压缩方法[J]. 科学技术与工程,2006(24):3959-3961.
- [2] 崔巍,汶德胜,马涛. 基于彩色 CMOS 图像传感器的图像压缩预处理系统的设计[J]. 科学技术与工程,2006(10):1387-1392.
- [3] 付伟,顾晓东,江源源. 基于人眼视觉特性的彩色图像质量评价[J]. 微电子学与计算机,2010,27(2):59-67.
- [4] 张灵,余永权,曾碧. MLM 形态神经网络在彩色图像恢复中的应用[J]. 微电子学与计算机,2007,24(8):63-68.
- [5] Malvarhs, He L W, Cutler R. High quality linear interpolation for demosaicing of Bayer2patterned color images[C]// IEEE IntL Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Montreal, Canada,2004.
- [6] Fan Bu. A novel weighted edge-directed and weighted-color-difference interpolation for demosaicking bayer-pattern color images [J]. Journal of Information & Computational Science,2012(7):1781-1794.
- [7] 王金涛,王骁男,张忠华,等. 基于 FPGA 的彩色图像 Bayer 变换实现[J]. 现代电子技术,2010(10):75-77.
- [8] 陈春宁,王延杰. 基于 TMS320DM642 BAYER 格式图像色彩复原的实现[J]. 微计算机信息,2007,23(20):145-147.
- [9] 刘方,杜平安. 基于 Bayer 彩色滤波阵列插值算法的研究[D]. 成都:电子科技大学,2006.
- [10] 彭俊,高伟. 基于 FPGA 的彩色恢复系统的研究[D]. 西安:西安光学精密研究所,2007.
- [11] 张楠,王养利. 图像去马赛克算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2009.

作者简介:

王渊博 男,(1984-),硕士研究生. 研究方向为信号与信息处理.

胡永辉 男,(1952-),研究员,博士生导师. 研究方向为光电信息处理、空中无源目标探测、自动控制等.

(上接第 76 页)

- [6] Huang G B, Siew C K. Extreme learning machine with randomly assigned RBF kernels[J]. International Journal of Information Technology,2005,11(1):16-24.
- [7] 武方方,赵银亮. 一种基于 Morlet 小波核的约简支持向量机[J]. 控制与决策,2006,21(8):848-852.
- [8] 董绍江,汤宝平,宋涛. 改进投票策略的 Morlet 小波核支持向量机及应用[J]. 震动、测试与诊断,2011,31(3):314-317.

- [9] 焦李成,周伟达,张莉,等. 智能目标识别与分类[M]. 北京:科学出版社. 2010:196-202.

作者简介:

王杰 男,(1959-),教授,博士生导师. 研究方向为模式识别与智能系统、网络信息安全.

郭晨龙 男,(1988-),硕士研究生. 研究方向为机器学习与数据挖掘.